

基于阻抗 - 滑模控制的三轴机械臂技术研究

李亚楠 刘历博 张雅宁

(北京航天控制仪器研究所 北京 100000)

摘要: 三轴机械臂广泛应用于各行各业,其可以提供三个维度的运动。本文利用三轴机械臂的动力学、运动学理论知识,以及基于位置的阻抗控制方法,研究添加滑模控制后机械臂的控制效果和自适应能力。由于机械臂在不同的阻抗条件下,控制效果也不同,为了使机械臂在不同力矩、不同速度要求下都保持最优的控制效果,将阻抗控制系数的设计与滑模控制结合在一起,设计出阻抗 - 滑模复合控制方法。使用 Matlab 仿真工具,以三轴机械臂为研究对象,对阻抗 - 滑模控制器的效果进行验证,改进后的控制器,鲁棒性强,动态响应好,获得了良好的控制效果,证明了添加滑模控制器对提高机械臂自适应能力具有显著效果。

关键词: 阻抗控制; 滑模控制; 三轴转台; 复合控制

0 引言

三轴机械臂是一种简单常见的机器人装置,具有关节运动的能力,而机械臂的关节运动采用数字化的控制方式,使用电动机作为驱动装置,来完成各种运动目的。三轴机械臂因其灵活性而广泛应用于工业制造、远程医疗、物流及服务等行业。

由于三轴机械臂通常用于完成抓取、分拣、搬运、装配、微操及打磨抛光等运动,三轴机械臂末端与环境接触受到的力和力矩往往不是固定的。此外,三轴机械臂还要满足不同的位置与速度要求,按照期望的速度运动,实现期望的轨迹与路线。

为适应三轴机械臂多样化的要求,以阻抗控制为基础在机械臂关节控制中添加滑模控制,研究添加滑模控制后机械臂的控制效果和自适应能力^[1],并通过建立机械臂数学函数模型,利用滑模控制器强鲁棒性的特点,本文提出一种阻抗 - 滑模自适应控制器,并进行实验仿真。

1 动力学建模

对三轴机械臂的动力学建模采用的是应用广泛的拉格朗日动力学建模方法^[2]。该方法用于研究机械多系统动力学的建模方法,它的概念简单、系统,且容易理解。它是基于能量守恒原理进行的,因此需要计算机械臂各个构件的转动动能、平动动能和势能。

拉格朗日函数的定义为:

$$L=K-P \quad (1)$$

式中: L - 拉格朗日函数;

K - 系统的动能;

P - 系统的势能。

对于机械臂系统,公式(1)中的 K 为各个杆件的总动能, P 为各个杆件的总势能,由此可以得到拉格朗日 - 欧拉方程:

$$\tau_i = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad (2)$$

式中: τ_i - 机械臂系统关节所受到的广义力;

q_i - 系统的变量,即机械臂的广义坐标, $i=1, 2, \dots, n$ 。

如今,机械臂关节的转角值和位移值是通过传感器设备获取的,常见的传感器设备有电位计、编码器等,测量方便、应用广泛、技术成熟。在此技术基础上,选取所研究的三轴机械臂系统的广义坐标时,将使用三个转动关节的转角变量和移动关节的位移变量来定义。三自由度机械臂图如图1所示。

利用刚体运动学原理知识,求出系统动能为:

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \text{Trace} [U_{ij} J_{ai} U_{ij}^T] \dot{q}_j \dot{q}_k + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n I_{ai} \dot{q}_i^2 \quad (3)$$

式中: U_{ij} - 坐标转换矩阵对变量 q 的偏导矩阵;

I_{ai} - 关节的等效转动惯量;

\dot{q} - 关节的速度向量。

下面求系统总势能。假设 P_i 是杆 i 的势能,则

$$P = \sum P_i = \sum -m_j g(\bar{r}_i) \quad (4)$$

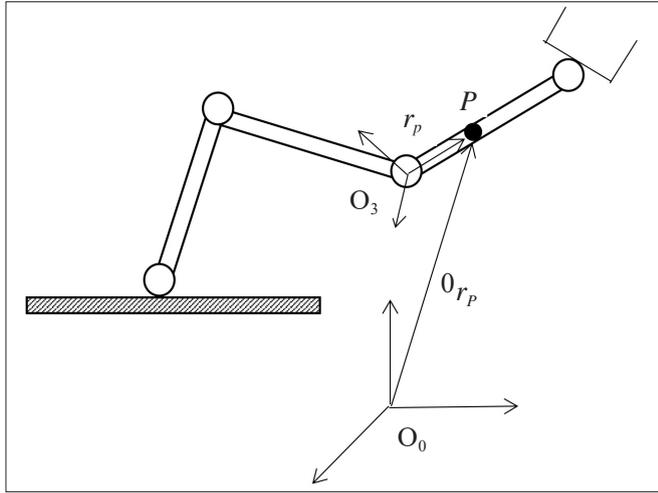


图1 三自由度机械臂简图

式中： g - 基座坐标系下重力常数的各个分量；

\bar{r}_i - 关节 i 的质心在关节局部坐标系中的坐标。

综上，可得系统的动力学的动态模型一般形式如下：

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (5)$$

式中： q - 各杆的位置；

\dot{q} - 各杆的速度；

\ddot{q} - 各杆的加速度；

τ - 各杆的驱动输入力矩。

矩阵 M 为关节空间的惯量矩阵，矩阵 C 为向心力与科氏力耦合矩阵，矩阵 G 为重力项矩阵^[3]。

2 建立阻抗系统模型

很多机械臂是基于位置控制的，这种控制方法能控制机器人各个机械臂的位置、速度、加速度（在关节空间就是角度、角速度、角加速度），例如工业上常见的搬运机械臂，它们从规定的位置出发，按照期望的路线运动到指定的位置，各个机械臂按照规划好的路径进行装货操作，然后再按设计的路线移动，最后进行卸货。但是对于还要有控制力输出的场合，只有对位置的控制是无法满足需求的，例如打磨、抛光、装配这些需要精确的力控制的工作^[4]。因此未来机械臂控制技术的发展，必须引入基于力的控制，单纯的基于位置的控制方法是没有前途的。

查阅资料可知，阻抗控制的原理是靠调节末端相对于环境的位置和它所受到的力二者之间的动态关系来实现理想控制的，它相当于在机械臂上添加弹簧-阻尼-质量系统，根据力与位置的关系，来控制机械臂的运动^[5]。此外，它需要提供一个期望的路径或轨迹，通过调整实际位置与期望位置的误差，从而达到调整机械臂末端力的目的^[6]。

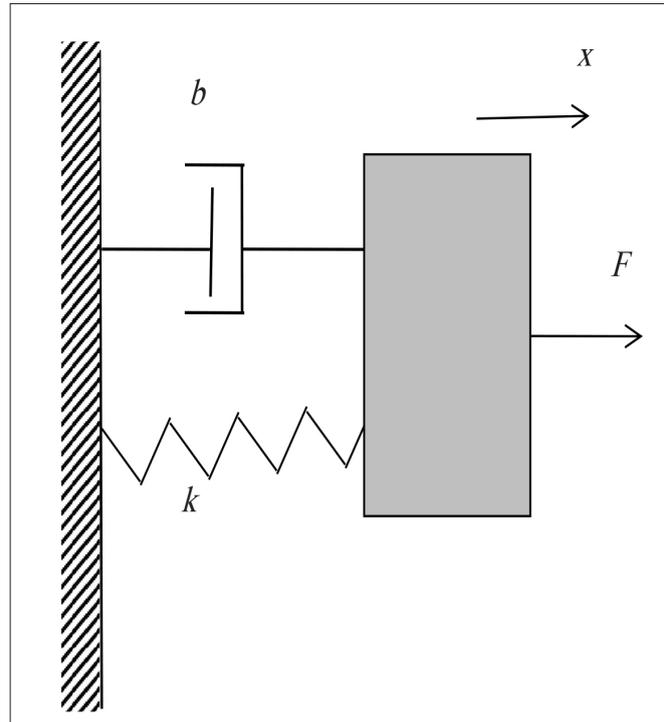


图2 弹簧-阻尼-质量模型

经典的弹簧-阻尼-质量系统模型如图2所示，这一模型可以非常直观地体现出系统的刚度特性、阻尼特性和惯性特性^[7]。该模型的数学表达式为：

$$\begin{cases} M_d \dot{X} + B_d \dot{X} + K_d (X - X_d) = -F_c \\ M_d \ddot{X} + B_d (\dot{X} - \dot{X}_d) + K_d (X - X_d) = -F_c \\ M_d (\ddot{X} - \ddot{X}_d) + B_d (\dot{X} - \dot{X}_d) + K_d (X - X_d) = -F_c \end{cases} \quad (6)$$

式中： X - 系统的位置向量；

X_d - 系统的期望位置向量；

F_c - 机械臂的末端与环境物体之间的力；

M_d - 被控系统阻抗模型的惯性矩阵；

B_d - 阻尼矩阵；

K_d - 刚度矩阵。

一般情况下机械臂的维度和关节个数一样，因为希望每个关节的阻抗特性相对独立，三个矩阵均为正定矩阵，以此来保证机械臂控制系统的稳定性，所以会将它们设计为对角矩阵。阻抗控制原理如图3所示^[8]。

假定期望输出为 q_d ，则有：

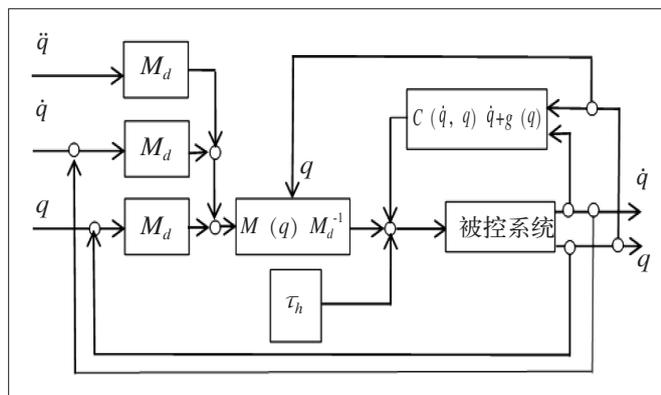


图3 阻抗控制原理

$$\tilde{q} = q_d - q \quad (7)$$

式中： q - 当前关节角实际测量值的向量；
 q_d - 期望的关节角向量；
 \tilde{q} - 期望的关节角与当前真实的关节角的差值向量。

上文得到了机械臂动力学模型，在其中加入阻抗控制，可以使机械臂的关节显示出弹簧 - 阻尼 - 质量模型的动态特征，则相应的阻抗控制表达式为：

$$M_d \ddot{\tilde{q}} + B_d \dot{\tilde{q}} + K_d \tilde{q} = u_h \quad (8)$$

式中： u_h - 外力产生的力矩。

为了便于理解，下面都将以 u 代替 τ 。

将式(5)到(8)联立可求得转矩输入为：

$$u = M_d \ddot{q}_d + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + M(q)M_d^{-1}(B_d \dot{\tilde{q}} + K_d \tilde{q}) \quad (9)$$

动力学方程中 $M(q)$ 的和二阶系统中的 M_d 并不相同。

3 建立滑模控制模型

以变量 \tilde{q} ，即期望的关节角与当前真实的关节角的差值向量作为状态变量，设计滑模控制器。

滑模控制的优点是：滑模面 s 不受外部参数和干扰的影响，对系统参数变化和外部环境干扰不敏感，并且实现简单，不需要控制系统在线辨识，响应快速等^[9]。其缺点是：滑模控制设计的控制律一般具有不连续性，存在高频抖动，影响系统性能^[10]。

滑模控制特点是基于滑模控制理论设计的控制器对系统中不确定性因素具有很强的适应性和鲁棒性，即基于此理论设计系统对于系统中各种参数的小范围扰动情况和变化表现为不变性的特点，并且对于

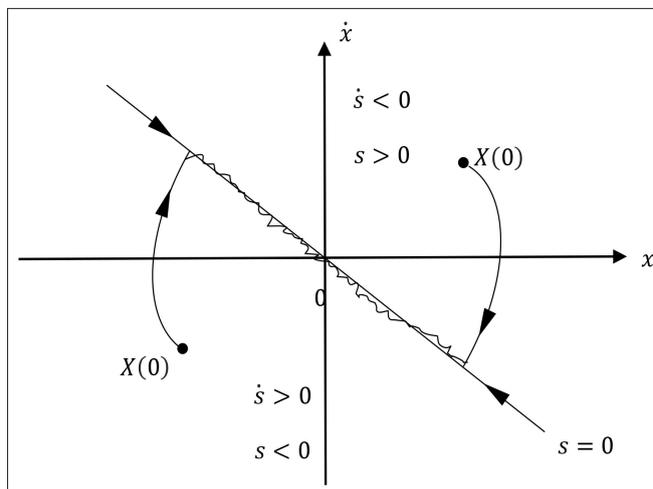


图4 二阶系统滑模控制系统的运动

外界扰动也具有不变性^[11]。

二阶系统滑模控制系统的运动如图4所示^[12]。由图4可以看出，被控对象的初始状态，大多数情况下会随机在状态空间的任意一个位置，状态变量的初始值具有随机性，不会一开始就位于滑动模态域中。而设计滑模控制律的目的就是，使状态向量进入人为设计的滑模面上。根据图4所示，可以将系统受到滑模控制后，状态变量会发生两个阶段的运动^[13]。

(1) 第一阶段：系统状态在任意初始位置，在控制律的引导下进入滑动模态域，这是一个系统状态变量向滑动模态域收敛的过程，称之为能达阶段。该阶段中，状态变量不在滑模面上，所以有 $s \neq 0$ 。

(2) 第二阶段：状态变量在滑动模态域运动的阶段为滑动阶段。在该阶段运动中，状态变量被束缚在滑模面内，不能再离开，所以满足 $s \equiv 0$ 。

显然，滑模控制律设计与能达阶段运动相对应。在滑模控制律的作用下，系统状态不论处于什么位置，其状态轨迹都要指向滑动模态域，即滑模面 $s=0$ 。

下面讨论滑动控制律设计依据。以二阶系统为例，如图4所示，人为设计的滑模面为曲线 $s=0$ ，该曲线将状态平面一分为二。当系统状态位于曲线 $s=0$ 下方，即状态向量 $s < 0$ 时，滑动控制律应满足 $\dot{s} > 0$ 才能使状态向曲线 $s=0$ 趋近；同理，当系统状态位于曲线 $s=0$ 上方，即 $s > 0$ 时，滑动控制律应满足 $\dot{s} < 0$ 才能使状态向曲线 $s=0$ 趋近。由此可以得出，能使系统收敛到滑动模态域的控制律应该满足以下条件：

$$\dot{s}s < 0 \quad (10)$$

式(10)是设计变结构控制律时必须满足的。选取合适的滑模面 s ，使得设计的系统能满足以下三个要求：

(1) 所研究的三轴机械臂系统须满足滑动模态的存在条件： $\lim_{s \rightarrow 0} \dot{s} < 0$ ；

(2) 设计的控制律须满足滑动模态的可达性条件： $\dot{s} < 0$ ；

(3) 设计的滑模面，使得状态变量的运动具有良好的稳定性和动态品质。

对于多变量的线性系统表示如下：

$$\dot{x} = Ax + bu \quad (11)$$

取切换函数，即滑动模态：

$$s(x) = Cx \quad (12)$$

设进入滑动模态后的等效控制为 u_{eq} ，解出等效控制为：

$$u_{eq} = -[Cb]^{-1} CAx \quad (13)$$

将等效控制 u_{eq} 代入式(11)即可得系统滑模运动的状态方程：

$$\dot{x} = [I - b[Cb]^{-1}C]Ax \quad (14)$$

式中： I —单位阵。

其中，自变量 x 为期望的关节角与当前真实的关节角的差值 \tilde{q} ，滑模运动是沿滑模面 $s=0$ 的运动。

理想的滑动模态是使用符号函数 $\text{sgn}(s)$ 来实现，但这种突变的继电函数在实际控制中会引入抖动^[14]，所以将突变特性进行连续化：

$$\theta(s) = \frac{s}{|s| + \delta} \quad (15)$$

式中： δ —一个很小的常量。

4 设计滑模面

用极点配置法求矩阵 C 的优点是：使设计出的滑动模态拥有期望的极点集^[15]。将(5)式中的向量和矩阵写为以下形式：

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

(12)式中的矩阵 C 写为：

$$C = [C_1 \quad C_2] \quad (17)$$

联立得到：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_{11}x_1 + A_{12}x_2 \\ \dot{x}_2 = A_{21}x_1 + A_{22}x_2 \\ s(x) = C_1x_1 + C_2x_2 \end{cases} \quad (18)$$

令 $s = 0$ ，解得：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (A_{11} - A_{12}K)x_1 \\ x_2 = -Kx_1 \\ K = C_2^{-1}C_1 \end{cases} \quad (19)$$

选择 K 使 $A_{11} - A_{12}K$ 得特征根为期望的特征根，则有：

$$C = C_2[K \quad I] \quad (20)$$

5 仿真实验

为了验证所设计的阻抗-滑模复合控制的有效性，使用Matlab仿真工具编写仿真程序，得到实验结果。

首先，不加外界干扰，将三个轴的关节角的期望值设为常数，其中 $q_{d1}=0.3$ ， $q_{d2}=0.3$ ， $q_{d3}=2$ ，仿真总时长为20s。无干扰时仿真结果图如图5所示。从图5可以看出，三个关节角都可以很好地收敛到期望值，说明状态变量稳定收敛，该控制器具有良好的稳定性和控制性能。

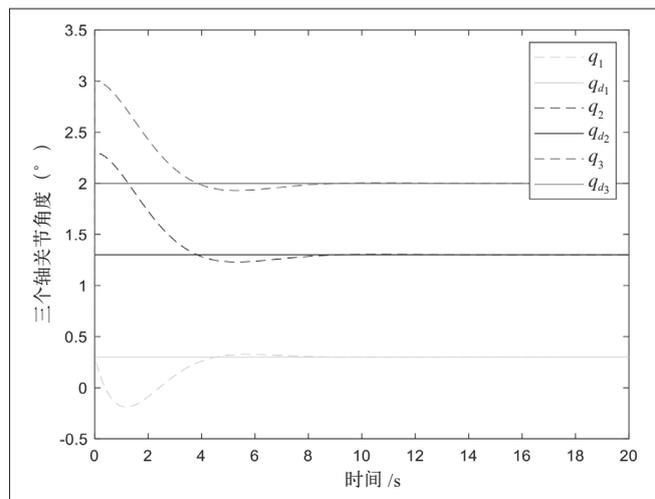


图5 无干扰时仿真结果图

其次，考虑加入干扰信号，令三个轴的关节角的期望值不变仍有 $q_{d1}=0.3$ ， $q_{d2}=0.3$ ， $q_{d3}=2$ ，仿真总时长仍为20s。有干扰时仿真结果图如图6所示。从图6可以看出，三个关节角都可以很好地收敛到期望值，虽收敛速度有所变化，但仍具有良好的收敛性和控

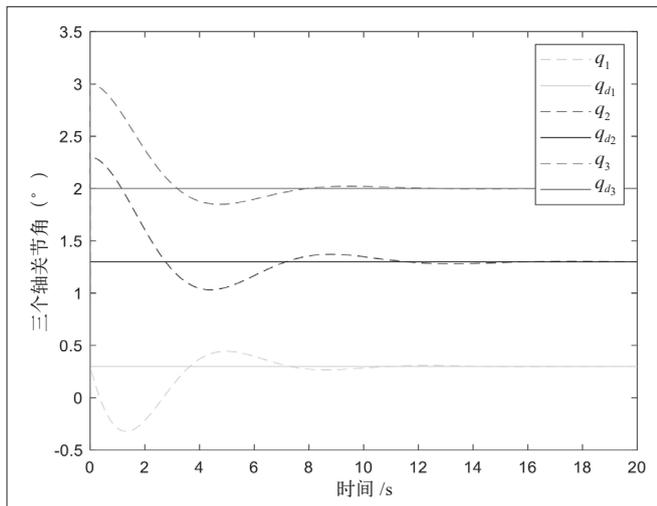


图6 有干扰时仿真结果图

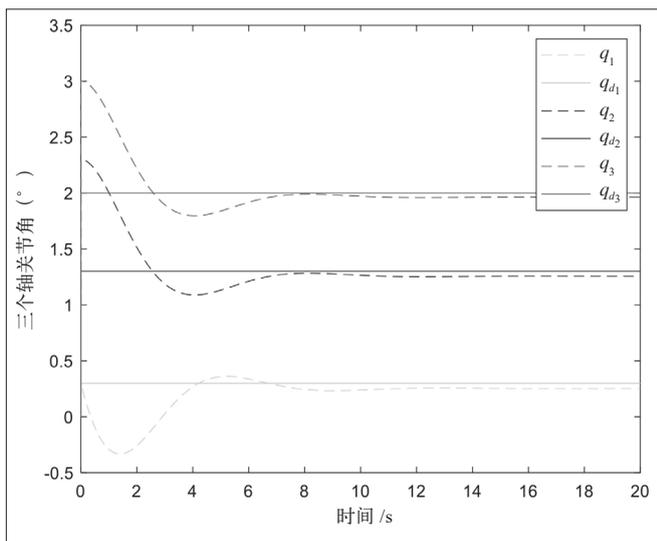


图7 有干扰无滑模控制时仿真结果图

制性能。

最后，在没有滑模控制器的情况下，给定同样的输入信号，获得结果图，如图7所示。

对比图6和图7可以看出，有滑模控制的情况下三个关节角都可以很好地收敛到期望值，而没有滑模观测器的情况下，只有1和2关节可以收敛到期望值，3关节产生稳态误差。这说明添加滑模控制可以增强机械臂系统对外界力或力矩的鲁棒性，达到更好的控制效果。

6 结语

本文以三轴机械臂为研究对象，建立了三轴机械臂动力学模型，介绍了阻抗控制的基本原理，设计了以弹簧-阻尼-质量二阶系统原理为基础的阻抗控

制体系。在此基础上，加入滑模控制原理，设计了阻抗控制和滑模控制相结合的复合控制方法。并使用Matlab仿真软件对控制效果进行了仿真验证，使用该复合控制方法的机械臂控制系统能够较好地适应不同阻抗条件下的控制需求，为三机械臂控制系统自适应能力的提高提供了思路。

参考文献:

- [1] 曾伟鹏. 基于滑模控制的机械臂抗干扰跟踪控制研究 [D]. 泉州: 华侨大学, 2020.
- [2] 杨峰. 基于力反馈设备的人机交互阻抗控制研究 [D]. 南昌: 南昌大学, 2019.
- [3] 张明瑞. 基于阻抗控制的机械臂跟踪控制研究 [D]. 南京: 南京信息工程大学, 2022.
- [4] 冯春成, 刘满禄, 张华, 等. 工业机器人机械臂加工目标定位控制研究 [J]. 计算机仿真, 2017, 34(06): 319-324.
- [5] 武琦琦. 基于阻抗控制的机械臂主动柔顺操作研究 [D]. 南京: 东南大学, 2019.
- [6] Mahdi Salehi, Gholamreza Vossoughi. Impedance Control of Flexible Base Mobile Manipulator Using Singular Perturbation Method and Sliding Mode Control Law [J]. International Journal of Control, Automation, and Systems, 2008, 6(5): 677-688.
- [7] 王旭. 基于六自由度机械臂的自适应滑模阻抗控制研究 [D]. 济南: 山东大学, 2022.
- [8] 曾晨东, 艾海平, 陈力. 空间机械臂在轨插拔孔操作的超扭曲滑模阻抗控制 [J]. 中国惯性技术学报, 2022, 30(03): 412-420.
- [9] Sai Huayang, Xu Zhenbang, Li Yi, et al. Adaptive Nonsingular Fast Terminal Sliding Mode Impedance Control for Uncertainty Robotic Manipulators [J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2021, 22(12): 1947-1961.
- [10] Mokhtari Majied, Taghizadeh Mostafa, Ghanbari Pegah Ghaf. Fault tolerant control based on backstepping nonsingular terminal integral sliding mode and impedance control for a lower limb exoskeleton [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2022, 236(6): 2698-2713.
- [11] Andrey Polyakova, Leonid Fridman. Stability notions and Lyapunov functions for sliding mode

(下转第21页)

1990(05):3-6.

[21] 顾寄南. 网络化制造技术 [M]. 北京: 化学工业出版社, 2004:10-18.

[22] 严隽薇. 现代集成制造系统概论——理念、方法、技术、设计与实施 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2007:272-281.

[23] 范猛, 韦金银. 可持续发展背景下绿色环保设计理念研究 [J]. 绿色包装, 2003(08):73-76.

作者简介: 李锡柱 (1990.02-), 男, 白族, 云南大理人, 硕士研究生, 实验师, 研究方向: 先进制造技术。

(上接第 16 页)

control systems[J]. Journal of the Franklin Institute, 2014, 351(4):1831-1865.

[12] 魏徐正. 基于阻抗滑模控制器的系泊机械臂力/位置控制研究 [D]. 武汉: 武汉理工大学, 2020.

[13] 周曾成. 水下机械手滑模变结构控制方法研究 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2020.

[14] Emna Kolsi Gdoura, Moez Feki, Nabil Derbel. Sliding mode control of a hydraulic servo system position using adaptive sliding surface and adaptive gain[J]. International Journal of Modelling, Identification and

Control, 2015, 23(3):248-259.

[15] 孙凯. 基于滑模变结构控制的焊接机器人系统研究与开发 [D]. 沈阳: 东北大学, 2020.

作者简介: 李亚楠 (1998.08-), 女, 汉族, 河北石家庄人, 本科, 研究方向: 仪器科学与技术; 刘历博 (1996.03-), 女, 汉族, 河北张家口人, 硕士研究生, 助理工程师, 研究方向: 机械控制; 张雅宁 (1997.07-), 女, 汉族, 山西大同人, 本科, 研究方向: 控制科学与工程。