

超精密机械结构拓扑优化设计

王彩娟 孔镇 胡源

(山东裕隆金和精密机械有限公司 山东 曲阜 273100)

摘要: 随着科学技术的不断进步,超精密机械结构在现代工业和科学研究中发挥着越来越重要的作用。然而,由于其复杂性和高性能的要求,设计出满足工程要求的超精密机械结构仍然具有挑战性。拓扑优化设计作为一种有效的设计方法,已经广泛应用于机械结构的优化设计中。拓扑优化设计通过对结构的拓扑形态进行优化,可以显著提高超精密机械结构的性能,如刚度、减振性能和动态特性等。本文旨在研究超精密机械结构的拓扑优化设计方法,通过优化结构的拓扑形态,实现其性能的最优化,从而提高超精密机械结构的使用性能和可靠性。

关键词: 拓扑优化设计;超精密机械;结构

0 引言

随着微纳技术的迅猛发展,超精密机械结构作为微纳尺度领域的重要组成部分,已经广泛应用于光学、半导体、生物医学等领域。超精密机械结构的性能直接关系到工业生产和科学研究的精度和效率。然而,由于超精密机械结构的复杂性和高要求的性能,传统的设计方法往往无法满足其优化需求。因此,研究一种有效的设计方法来改善超精密机械结构的性能变得尤为重要。

1 超精密机械结构的拓扑优化设计方法

1.1 确定优化目标和约束条件

在进行超精密机械结构的拓扑优化设计时,首先需要明确优化目标和约束条件^[1]。优化目标和约束条件将指导优化算法搜索最佳的结构拓扑形态,并确保优化结果满足设计要求和实际应用的约束。

1.1.1 优化目标的确定

在超精密机械结构设计中,通常的优化目标包括最大化或最小化某些性能指标,如强度(σ)、刚度(E)、质量(m)、成本(C)、耐磨性(W)、热稳定性(T)等。可以将优化目标形式化为以下形式的数学问题:

$$\min f(x) = w_1 \times \sigma + w_2 \times E + w_3 \times m + w_4 \times C + w_5 \times W + w_6 \times T \quad (1)$$

式中: $f(x)$ —最小化(或最大化)的目标函数;

x —设计参数;

$w_1 \sim w_6$ —各个性能指标的权重,这些权重需要根据具体的设计目标和要求来确定。

1.1.2 约束条件的确定

约束条件可以包括尺寸约束(如总体积 V 或最大尺寸 D),材料约束(如可用材料的类型和强度 σ_{\max} 和 σ_{\min}),制造约束(制造技术精度 tol)及操作环境约束(如工作温度 T_{\max} 和 T_{\min})。这些约束条件可以形式化为以下形式的数学问题:

$$s.t. g_i(x) \leq 0, i=1,2,\dots,n \quad (2)$$

式中: $g_i(x)$ —第 i 个约束条件;

n —总的约束条件数。

优化问题的最终解需要满足所有的约束条件,即所有的 $g_i(x)$ 都必须小于等于0,同时使目标函数 $f(x)$ 达到最小(或最大)。确定了优化目标和约束条件之后,设计者可以使用各种拓扑优化工具和方法(如灵敏度分析、遗传算法、粒子群优化等)来找到约束条件下使目标函数 $f(x)$ 最小(或最大)的设计参数 x ,从而进行优化设计。在拓扑优化的过程中,优化目标和约束条件可能需要进行调整和优化,以获得最佳的设计结果。

1.2 选择合适的优化算法

选择合适的优化算法是超精密机械结构的拓扑优化设计的关键步骤。优化算法的选择主要取决于优化问题的特性(如问题的大小、目标函数和约束条件的性质等)及实际的计算资源和时间限制。以下是一些常见的优化算法。

(1) 梯度下降法。这是一种基于梯度的优化方法,适用于连续且可微的目标函数。该方法通过计算目标函数的梯度(即导数)来确定搜索方向,然后通过一个步长因子来更新设计变量,以逐步接近最优解。

(2) 遗传算法。这是一种全局优化方法，适用于目标函数形式复杂、不易求导或者存在许多局部最优解的问题。遗传算法通过模拟自然选择和遗传变异的过程来搜索最优解，具有较好的全局搜索能力。

(3) 粒子群优化。这是一种群体智能优化方法，适用于连续的优化问题。粒子群优化通过模拟鸟群觅食的过程，利用群体中的个体之间的信息交流来引导搜索过程，具有较好的全局搜索能力和收敛速度。

(4) 模拟退火算法。这是一种全局优化方法，适用于存在许多局部最优解的问题。模拟退火算法通过模拟固体退火的过程，以一定的概率接受劣解，从而避免陷入局部最优，具有较好的全局搜索能力。在选择优化算法时，需要考虑优化问题的特性和实际需求。对于简单和小规模的问题，可以考虑使用梯度下降法或其他基于梯度的方法；对于复杂和大规模的问题，可能需要使用遗传算法、粒子群优化、模拟退火算法或其他全局优化方法^[2]。

1.3 实施拓扑优化设计

实施拓扑优化设计是一个迭代的过程，包括以下几个主要步骤。

(1) 初始化设计变量。这是优化过程的开始，需要设置一个初始的设计参数值。这些参数可能包括物体的形状、尺寸、材料属性等。

(2) 评估目标函数和约束条件。根据当前的设计变量，计算目标函数的值及约束条件的满足程度。例如，如果优化目标是 minimized 结构的质量，那么目标函数就是当前设计下的质量值。同样，约束条件可能包括结构的刚度、强度等必须满足的性能指标。

(3) 更新设计变量。使用所选择的优化算法更新设计变量。

(4) 检查收敛条件。在每次更新设计变量后，需要检查优化过程是否已经收敛。涉及评估目标函数值的变化是否小于某个设定的阈值。

(5) 结果验证与分析。一旦优化过程收敛，就可以获取到最优设计。然后需要通过更详细的仿真或实验验证其性能是否满足要求。

2 基于多种群遗传算法的重型联轴器的渐进结构拓扑优化设计实例

2.1 模型构建

在进行拓扑优化分析之前，需要综合分析机械结构受力情况。为了提高有限元分析的效率，在初

期阶段本文可以对部件中的细节进行简化，如倒角、圆角和小的阶梯等，只要这些细节对接触强度没有显著影响。简化后的实体造型如图1所示。

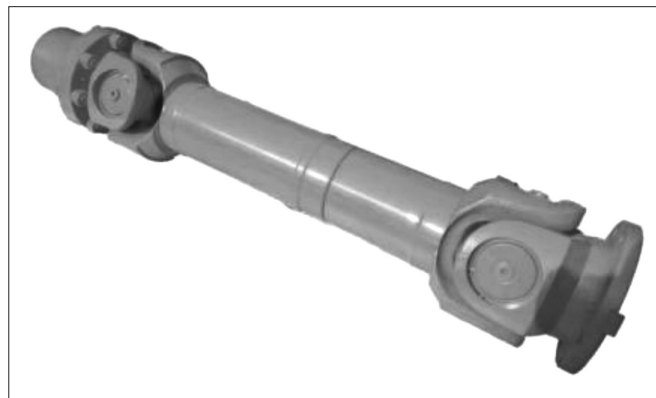


图1 重型联轴器结构

2.2 基于多种群遗传算法拓扑优化

拓扑优化步骤如图2所示。

2.2.1 划分有限元网格

在有限元分析软件中，为了进行结构柔度最小化的拓扑优化，需要建立相应的数学模型。下面是基于有限元模型的体积约束条件下的结构柔度最小化拓扑优化问题的数学模型。本结构由离散的有限元网格组成，其中每个单元都具有相应的单元类型。

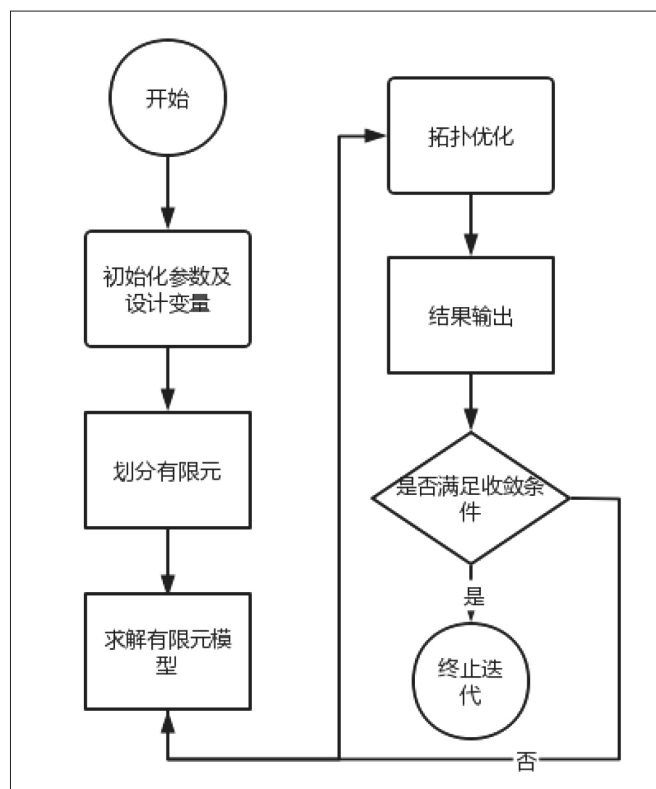


图2 拓扑优化步骤

设该网格由 N 个节点和 M 个单元组成。

2.2.1.1 设计变量

定义设计变量 x_i ，其中 i 表示网格节点的索引。每个设计变量 x_i 可以取值为 0 或 1，表示相应节点是否存在于最优结构中。

2.2.1.2 目标函数

目标是最小化结构的柔度，可以用总体刚度矩阵 K 和位移向量 u 表示。柔度的数学定义为：

$$F = u \hat{T} \times K \times u \quad (3)$$

式中： \hat{T} - 转置操作。

2.2.1.3 体积约束条件

结构的总体积需要满足一定的约束条件，可以表示为：

$$V - V_0 \times (1 - rho) \leq 0 \quad (4)$$

式中： V - 结构的总体积；

V_0 - 初始设计区域的总体积；

rho - 设计变量的平均密度。

2.2.1.4 设计变量约束条件

设计变量需要满足取值范围的约束，可以表示为：

$$x_{min} \leq x_i \leq x_{max} \quad (5)$$

式中： x_{min} - 设计变量的最小值；

x_{max} - 设计变量的最大值。

2.2.1.5 优化问题

在优化问题中，本次优化目标是最小化目标函数 F 。同时，需要确保结构满足体积约束条件，即结构的总体积 V 不超过初始设计区域总体积 V_0 乘以设计变量平均密度 rho 。另外，设计变量也需要满足上下界的约束，即设计变量 x_i 的取值范围在 x_{min} 和 x_{max} 之间。通过求解上述数学模型，可以得到最优的结构拓扑，使得在满足体积约束条件的前提下，结构的柔度最小化。

2.2.2 多种群遗传算法操作参数设计

多种群遗传算法组织结构如图 3 所示，主要步骤为：种群初始化 → 求解个体适应度函数 → 交叉操作 → 变异操作 → 移民操作 → 选择操作。在设计多种群遗传算法的操作参数时，需要综合考虑问题的特点和算法的性能。每个步骤的具体实现方式应根据问题的需求进行灵活调整，以最大程度地提高优化结果的质量和效率。

2.2.3 求解拓扑优化模型

在拓扑优化模型的迭代求解过程中，为了避免出现数值不稳定的现象（如棋盘格效应），可以采用单

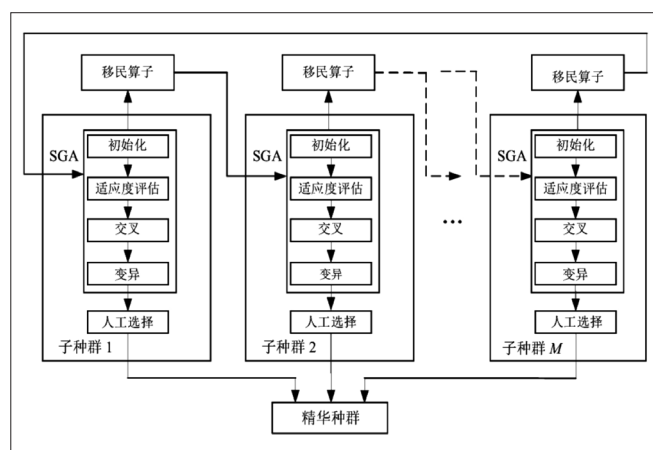


图3 多种群遗传算法组织结构

元灵敏度过滤技术和单元灵敏度更新技术。

单元灵敏度过滤技术：将每个单元的中心点作为圆心，以半径 r_{min} 内的所有单元的灵敏度加权平均值作为该单元的灵敏度。通过这种方法，可以降低局部不稳定性的影响，减少数值波动，并提高整体的数值稳定性。

单元灵敏度更新技术：在迭代求解过程中，采用单元灵敏度的更新方法，以保证计算的稳定性。即取当前迭代步 k 与上一迭代步 $(k-1)$ 的单元灵敏度的算术平均值作为当前迭代步 k 最终的单元灵敏度。具体公式可以表示为：

$$s_k = (s_{k-1} + s_k - 2) / 2 \quad (6)$$

式中： s_k - 当前迭代步 k 的单元灵敏度。

通过采用单元灵敏度过滤技术和单元灵敏度更新技术，可以减少数值不稳定性带来的影响，提高迭代计算过程的稳定性。这些方法有助于获得更可靠、准确的优化结果，确保拓扑优化模型的可行性和有效性。

2.3 以刚度结构为目标的拓扑优化设计示例

以重型联轴器的渐进结构刚度优化设计为例进行研究，对于刚度优化，可以利用最小化柔度的方法来达到最大化刚度的效果，柔度最小化等效于刚度最大化^[3]。因此，可以构建如下优化问题模型。

2.3.1 问题定义

优化问题可以定义为最小化柔度，即：

$$\min f(x) = \delta(x) = F \hat{T} u \quad (7)$$

式中： $f(x)$ - 目标函数；

x - 设计变量（机床主轴的几何形状和材料分布）；

$\delta(x)$ - 柔度；

F - 外部作用力;

u - 对应的位移;

$F\hat{T}u$ - 力向量 F 和位移向量 u 的点乘。

2.3.2 约束条件

优化问题应当满足一系列约束条件。

几何约束: $g_1(x) = V(x) - V_0 \leq 0$, 其中, $V(x)$ 是当前设计的体积, V_0 是允许的最大体积。

制造约束: $g_2(x) = M(x) - M_0 \leq 0$, 其中, $M(x)$ 是当前设计的材料消耗, M_0 是允许的最大材料消耗。

力学约束: 需要满足一些由结构特性或工作条件决定的特定力学约束。

以上描述的是一种典型的结构拓扑优化问题, 其中, 设计变量 x 可能是连续或离散的, 而目标函数和约束条件通常是非线性的。根据问题的具体需求, 可以选择合适的方法求解这个优化问题, 如梯度下降、遗传算法等。

2.3.3 结果验证

在完成拓扑优化后, 获得的设计需要进行验证以确保其满足设计要求。利用了一种高强度钢材作为主要材料。最初的设计主轴刚度为 1000N/mm, 优化后的设计提高到了 1500N/mm。实际验证过程如下:

制造原型: 根据优化后的设计, 制造了一个新的主轴原型。这可能包括 CNC 加工、3D 打印等步骤, 具体取决于设计的复杂性和所选材料。

进行刚度测试: 使用了一个专门的测试装置, 通过施加已知的力 F 并测量主轴的位移 δ 来测量主轴的刚度, $K=F/\delta$ 。进行施加 10000N 的力, 测量到的位移为 6.67mm。因此, 实际测量的刚度为 $K=10000N/6.67mm=1500N/mm$ 。

分析结果: 实际测量的刚度与优化模型预测的结果相符, 验证了优化设计的效果。

这个实际验证过程显示, 通过拓扑优化设计, 成功地提高了主轴的刚度, 同时满足了其他设计要求。

3 结语

本研究深入解析了拓扑优化的核心理念, 包括其定义、目标函数和约束条件及各类优化策略。随后通过以刚度结构为目标的拓扑优化设计实例, 验证了拓扑优化在超精密机械结构设计中的应用价值和实效, 展现了其在实现更高精度和稳定性方面的巨大潜力。未来随着优化算法、制造技术、人工智能等技术的发展, 将会为超精密机械结构设计带来更高的精度和效率。

参考文献:

- [1] 王辉. 不确定性连续体结构的拓扑优化研究 [D]. 成都: 西南交通大学, 2021.
- [2] 张少星. 拓扑优化结构刚度性能精确制造中的精度设计 [D]. 大连: 大连理工大学, 2019.
- [3] 董立立, 朱煜, 牛小铁, 等. 超精密机械结构多目标拓扑优化设计 [J]. 中国机械工程, 2010, 21(07): 761-765.

作者简介: 王彩娟 (1987.05-), 女, 汉族, 山东曲阜人, 大专, 工程师, 研究方向: 机械加工与制造; 孔镇 (1988.10-), 男, 汉族, 山东曲阜人, 本科, 工程师, 研究方向: 机械加工与制造; 胡源 (1978.04-) 男, 汉族, 山东曲阜人, 本科, 高级技师, 研究方向: 机械加工与制造。