

# 影响机械结构可靠性的不确定性分析

李春华

(广东摩尔物联技术有限公司 广东 珠海 519060)

**摘要:** 本文从机械结构可靠性的计算方法入手,对影响机械结构可靠性不确定性分析的两种方法,基于随机组合、基于椭球模型进行简要分析。

**关键词:** 机械结构; 可靠性; 不确定性

## 0 引言

当前在机械结构中有较多的不确定性因素影响其可靠性,比如机械结构中的几何、材料、载荷等特性,以及不可避免的人为因素影响。上述因素均是机械结构可靠性中的重要影响因素,所以,对这些因素的不确定性加强分析是尤为重要,不但可以促进机械机构可靠性相关理论的完善以及发展,还能有效规范机械结构的设计。

## 1 机械结构可靠性计算方法

### 1.1 基本假设

对机械机构可靠性进行计算,本文作出五方面假设:一是机械机构强度为正数的随机变量或者是随机过程,为方便论述本文以  $R$  代替;二是应力为正数的随机变量或者是随机过程,为方便论述本文以  $S$  代替;三是当应力不超过机械机构自身的强度时,默认为其是可靠的,应力超过机械强度后则是认为机械结构是不可靠的;四是机械结构失效只能在应力作用下发生;五是本文所使用的所有力学公式均为当前适用的,并且公式中所存在的确定量均看作为相互独立的随机过程以及随机变量。

### 1.2 建立强度干涉模型

机械结构可靠性计算的基础为强度干涉模型,在强度干涉模型中,应力以及机械结构的强度均属于概率意义上的量,相关人员在设计过程中,不能对其进行精确确定,要对相关随机变量进行综合运算后才能确定机械结构强度的均值  $\mu$  以及对标准差  $\theta$ 。当前应用较为广泛的计算方式大体上有两种,一是蒙特卡洛模拟法,二是泰勒级数近似求解法。

不论采用何种计算方法都可以得出应力以及机械强度两种随机变量的分布。将应力概率密度函数表示为  $f$

( $S$ ),机械强度概率密度函数表示为  $f(T)$ 。机械结构可靠性可表达为:

$$R=(Z>0)=P(T-S>0) \tag{1}$$

图1为机械强度和应力之间的概率密度函数。两条函数曲线的重叠部分叫做干涉区,它是机械机构可能出现失效现象的区域,其中干涉区域的面积越小则证明机械可靠性程度越高,越大则证明其机械可靠性程度越低。根据图中干涉区的大小进行可靠性计算可以叫做应力-干涉理论,此种计算模型叫做干涉模型。从此模型中可以看出,确定机械可靠性程度的前提便是对应力和机械强度两个随机变量互相超过的概率,即:

$$R = T > S = \int_0^\infty f(S) \left[ \int_s^\infty f(T) dT \right] dS \tag{2}$$

上述公式是在应力以及机械强度关系为独立的情况下得出的,通常情况下此公式和实际情况相符。但在一些特殊情况下就不能将应力和机械强度之间的关系看作独立关系,比如需要考虑机械结构自身重量或者由机械机构自身重量带来的自重应力时,则必须考虑到相关问题。在此种条件下,假设应力和机械强度之间的联合密度函数表达为:

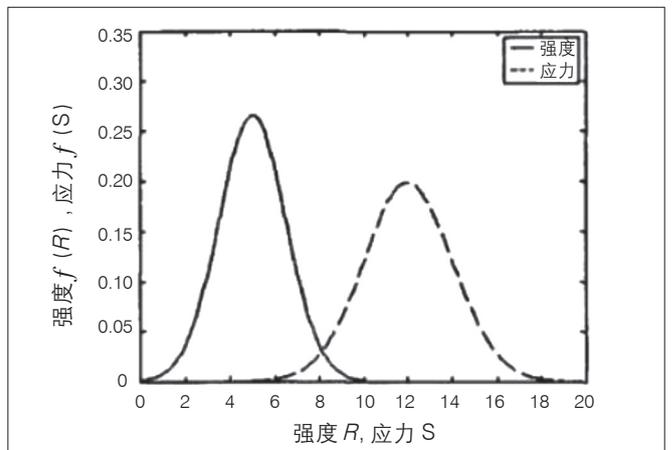


图1 强度-应力两者的概率密度函数

$$f_{s \cdot t}(S \cdot T) \quad (3)$$

根据联合密度函数表达式(3)可得出,机械结构可靠程度的普遍公式为:

$$R = T > S = \int_0^{\infty} f_{s \cdot t}(S \cdot T) dSdR \quad (4)$$

### 1.3 强度以及应力的确定方式

#### 1.3.1 机械结构材料强度的确定方式

在利用上述强度干涉模型对机械可靠性进行计算过程中,需要预先确定机械结构所使用的材料强度以及机械结构所能承受的应力分布以及相对应的特征参数,只有得出应力和机械强度的具体参数后才能根据公式(4)对机械可靠性进行计算。根据相关研究,可得知机械材料的强度符合正态分布。大量数据统计表明,机械结构中金属材料变异系数的值为0.10以下,即使在特殊情况下也不会超过0.15,而当材料变异系数处于0.3以下时,可以认为其材料强度符合正态分布。通常,金属拉伸强度极限的变异系数范围在0.05~0.10,计算取值为0.05;金属拉伸屈服极限的变异系数范围在0.05~0.10,计算取值为0.07;金属疲劳耐久限的变异系数范围在0.05~0.10,计算取值为0.08;机械结构中的焊接结构疲劳耐久限的变异系数范围在0.05~0.15,计算取值为0.10。通常在机械结构中并不会单独给出材料的强度极限值以及对应的标准差,而是会给出机械结构材料强度的单一值,所以,可将机械结构材料强度看作 $\mu$ ,变异系数则为 $C$ 表示,则材料强度的标准差公式为:

$$\sigma = C \cdot \mu = 0.10 \mu \quad (5)$$

#### 1.3.2 应力确定方式

在此计算过程中,应力的取值可以按照传统的机械材料力学方法对其进行确定,根据机械机构自身的载荷、尺寸按照数学模型对其进行求解。此种方法确定应力的难度较小,但确定应力标准差难度较高,在此方面可以采用蒙特卡洛方法对其进行确定,在确定材料强度以及应力后,就可以根据公式(4)计算机械结构的可靠性。

## 2 不确定性分析方法

以上文中机械可靠性的计算方法为基础,在随机组合的角度和椭圆模型的角度,利用Manson-Conffin和Coffin-Manson参数对于影响到机械结构可靠性的不确定性进行分析。

### 2.1 基于随机组合的Manson-Conffin参数分析

利用概率学方法对机械可靠性进行计算,建立概

率-应力随机变量-机械结构寿命曲线来对影响机械可靠性的不确定性进行研究有两方面局限。首先,从上文中机械可靠性计算模型中可以看出,在计算过程中需要对机械结构材料所服从的函数进行假定,而正态分布在某些情况下不具备较高的普适性,即使使用当前较为权威的Weibull分布进行假设,在模型计算过程中还是会存在较大误差,当前在学术界并没有准确的研究表明机械机构材料的寿命符合哪种分布函数,所以,在此方面便会对结果造成主观性或者客观性方面的误差。其次,在计算过程中所取的样本量对于最终计算结果的精度有着较大影响。在样本量不大的情况下,利用概率模型所计算出的结果往往和实际情况相差过大。由于机械可靠性实验通常会消耗大量的人力、财力以及时间方面的成本,所以在实际应用中利用概率模型对可靠性影响因素进行不确定分析的项目较少。

根据上述分析,考虑到机械材料寿命的离散性,应当基于随机组合进行成组试验,每组采取3种样本,共使用6种不同应变荷载。通常,Manson-Conffin中的参数可以利用实验结果进行拟合后得到,但由于每组中的机械机构材料的寿命可能存在较大差异性,很难对18种材料强度数据进行拟合获得参数,即使可以得到相应的拟合参数也仅仅是一项确定性的值,并不是范围值,无法直接用于区间建模。如果利用随机组合对所有实验样本进行组合,将会得到729种组合方式,而且这729种组合方式均为机械结构实际可能发生的情况,这便极大程度上提高了机械结构可靠性不确定分析的稳健性,并且每种组合所产生的试验结果均可以拟合Manson-Conffin公式,并利用MATLAB工具对所有实验数据以该公式为基础进行拟合,从而得到729组参数,以此为基础对机械可靠性进行不确定分析。

利用随机组合方式进行机械结构可靠性不确定分析不但可以最大限度增加实验中的样本量,还符合稳健性的现实要求,为验证此种方法的可行性,将实验所得结果来对循环应力进行预测,并和实验过程中的循环应力范围进行比较,基于Ramberg-Osgood公式、Manson-Conffin公式中的弹性、塑性应变部分可建立如下关系:

$$\begin{cases} K = \frac{\sigma}{U^{bic}} \\ n = bic \end{cases} \quad (6)$$

根据公式(6)中的关系,可对循环应力范围值进行验证,根据公式(6)可得此次实验的循环应力曲线如图2所示,其取值范围和Man-Conffin公式中的取值范围较为接近,在其曲线范围内,因此,利用随

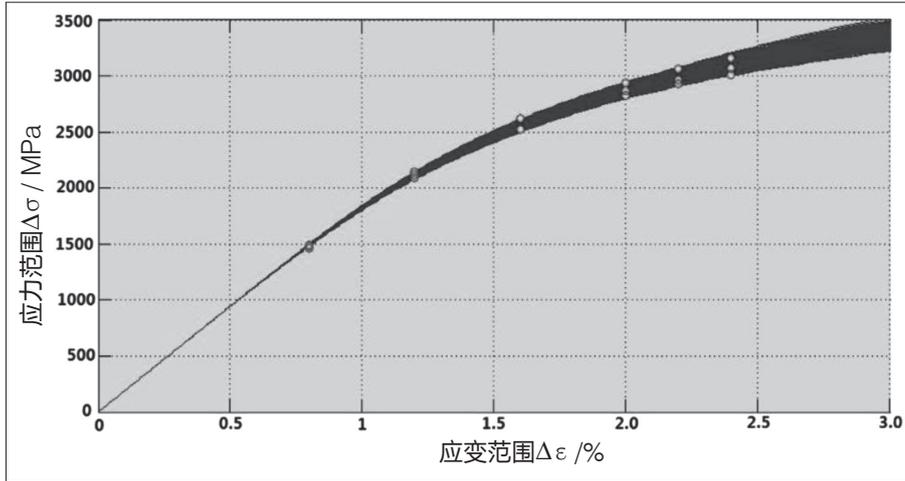


图2 基于 Manson-Coffin 的循环应力曲线

机组合方法对机械可靠性程度进行不确定性分析是可行的。

最后，虽然在理论上可以利用概率方法对此次实验中所得到的 729 种数据进行概率密度函数建模，但很难保证建模后的函数的精确程度。将 729 种样本导入到 MATLAB 工具中进行正态分布拟合度测试可以看出，其中仅仅有少量参数是符合本文中的所假设的正态分布，其余参数都和假设不符，而且对机械机构强度和应力之间做联合密度函数更是工作量极大，根据上述分析，利用随机组合方式对机械可靠性进行不确定性分析是一项较为简洁的方法。

### 2.2 基于椭球模型的 Manson-Coffin 参数分析

和概率学计算方式相比较，椭球模型不需要确定其中变量所存在的界限，也不需要明确其中不确定性参数的实际分布形式。当前，区间模型和椭球模型都是应用十分广泛的机械机构可靠性不确定性分析方法。其中区间模型则需要对假设计算模型中的各种不确定参数是相互独立关系，而椭球模型则是需要考虑到各种参数之间的关联性，基于上述中的 Manson-Coffin 可得知，计算模型中存在的 uncertainty 变量存在较为直接的关联性，所以利用椭球形模型并基于 Manson-Coffin 公式进行机械机构可靠性不确定建模。

利用椭球对具有关联性的不确定值进行描述的模型叫做椭球模型，其固定数学表达式为：

$$(X-X^0)^T G(X-X^0) \leq 1 \quad (7)$$

在上述公式中 X 代表椭球变量，是其中所有不确定性参数的矢量表达形式。其中  $X^0$  代表为椭球的圆心，G 为该模型具备的特征矩阵，G 代表该椭球域的大小以及方向和形状。基于 Manson-Coffin 对应变关系进行描

述，其极限状态下函数应当为：

$$g(X) = \frac{10^{X_1}}{E} 2N - 10^{X_3} (2N)^{X_4} \quad (8)$$

其中  $X_1$ 、 $X_3$ 、 $X_4$  代表为椭球模型中的不确定值，N 代表应力， $g(X)$  则是代表机械机构材料疲劳断裂，E 为公式中的常数。由于椭球模型为思维模型，直接确定其特征矩阵难度较高，相关学者经过研究后提出一种二维提取方法，对模型中所存在的不确定参数以 2 为最小单位，分别对其相关性进行分析，经过计算得到相关参数的协方差，此协方差为椭球模型特征矩阵。通过特征矩阵，基于 Manson-Coffin 公式可得知该椭球模型不确定参数的矩阵为：

通过特征矩阵，基于 Manson-Coffin 公式可得知该椭球模型不确定参数的矩阵为：

$$X = (X - X^0)^T \begin{pmatrix} -21.23 & -34.31 & 88.16 & 302.79 \\ -34.34 & 1.91 & 296.26 & 785.07 \\ 88.17 & 296.27 & 1.35 & -36.84 \\ 303.78 & 784.06 & -36.83 & 85.98 \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$(X - X^0) \leq 1$$

### 2.3 方法总结

机械可靠性计算模型为概率学模型，基于随机组合和椭球模型的不确定性分析方法为数理统计方法。不论使用哪种方式对机械可靠性进行分析都可以追溯到上世纪初期。20 世纪初期由于当时科技发展水平以及实际需求的局限，关于机械结构可靠性的分析并未受到相关学者的重视。在随后机械设备的实际使用过程中，比如机电设备、飞行装置、勘探平台等，均出现在设计使用寿命内，合理的载荷条件以及工作环境中，频繁出现故障导致不能正常运行，这便意味着以传统安全系数为代表的设计方法对结构特性的假设存在较大误差，所以必须要结合概率学和数理统计学的方法对影响机械可靠性的不确定性进行合理分析，再根据机械设备的实际应用情况制定出一套科学合理的机械设备设计规范。

上文中提到，单独使用概率学对机械可靠性进行不确定性分析存在两方面局限性，因此需要采用随机组合以及椭球模型结合 Manson-Coffin 参数的数理统计方法进行分析，再基于可靠性的相关定义，对机械结构所使用材料发生断裂的可能性区间进行确定。不论是概率学的计算方法还是数理统计学的计算方法都存在着优势以及劣势。

概率学计算方法优势为：可以利用概率-应力随

机变量-概率曲线对不同情况下机械机构的失效区间进行预测,虽然其预测方法会受到实验过程中样本量的影响,但也不失为一种提高机械机构可靠性的方法。劣势为:概率学计算方法需要对机械结构所使用的材料强度分布进行假设,并且对其变异系数进行模糊取值,所以在对机械机构可靠性要求较高时,作出的预测或者设计可能会存在较大误差。

### 3 结语

综上所述,本文从概率学以及数理统计学的角度对影响机械结构可靠性的不确定性进行了简要分析,并对两种计算方法的优劣势进行了分析。相关人员应当将概率学计算方法和数理统计学计算方法结合使用,从而达到促进机械结构可靠性相关理论发展和规范机械

机构设计的目的。

#### 参考文献:

- [1] 邓钢,祁光威,胡祥涛.基于随机有限元的机械结构可靠性分析规范性方法[J].中国标准化,2022(03):206-211.
- [2] 刘赛,姚凯,洪荣晶.基于元动作的铣齿机机械结构可靠性评估[J].合肥工业大学学报(自然科学版),2021,44(09):1165-1171.
- [3] 周振华,李宝童,董建业.基于证据理论的机械结构高效可靠性分析方法[J].中国机械工程,2020,31(17):2031-2037.
- [4] 罗棚.基于改进的BP-Adaboost算法的机械结构可靠性分析[J].内燃机与配件,2019(15):41-42.

(上接第37页)

#### 参考文献:

- [1] 谭曼华,王世旺,董旭辉.高精度装配要求下的设备结构设计[J].现代制造技术与装备,2021,57(05):44-46.
- [2] 肖占方,彭浩,王峰.不锈钢覆面热室非标设备的设计与安装[J].机械工程师,2021(05):115-117.
- [3] 吴瑞,张仁美,吴华江.以安全为导向建立非标设备验收标准[J].设备管理与维修,2020(04):7-10.
- [4] 程刚.深入研究非标设备制造安装质量通病的防治路径[J].中国石油和化工标准与质量,2019,39(09):45-47.
- [5] 刘庆伦,冯嫦,赵江平.非标自动化设备设计中气动传动控制系统的应用[J].液压气动与密封,2018,38(08):52-54.

- [6] 王维,陈波,张群,等.非标设备采购价格控制与影响因素分析[J].石油石化物资采购,2015(01):42-47.
- [7] 谢福寿,陈叔平,岳涛,等.我国化工非标设备现状及其发展趋势浅析[J].石油化工设备,2012,41(01):43-47.
- [8] 徐蕾,姚金辉,赵嵩正,等.非标设备制造企业生产管理系统研究[J].现代制造工程,2011(10):18-22.
- [9] 金慧仙,赵嵩正,徐蕾,等.面向非标设备生产企业的库存管理信息系统的设计与实现[J].机械制造,2010,48(11):49-52.

**作者简介:**张贵东(1985.11-),男,汉族,河北迁安人,本科,工程师,研究方向:非标液压设备设计。